

Ленинградская область
Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2022-2023 уч.год
 5 класс
 Решения и ответы

1. В квадрате расставлены числа. Суммы чисел в каждом столбце, в каждой строке и в каждой диагонали равны между собой и равны 2022. Какое число стоит вместо звездочки?

614		
		794
	*	734

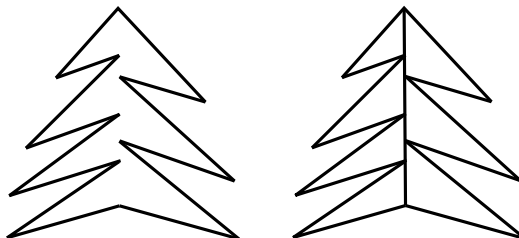
Решение. Квадрат восстанавливается однозначно.

614	914	494
554	674	794
854	434	734

Ответ. 434

2. Существует ли четырнадцатиугольник, не обязательно выпуклый, который можно разрезать на семь треугольников, проводя ровно один отрезок?

Решение. Существует. Один из примеров показан на рисунке.



3. Найдите наибольшее трехзначное число, которое можно получить как сумму двух трехзначных чисел: первое число в этой сумме записано тремя последовательными цифрами, а второе число получено перестановкой цифр первого слагаемого в обратном порядке.

Решение. Возможные числа, которые составлены из последовательных цифр, это 123, 234, 345, 456. Первую цифру, большую или равную пяти, рассматривать не имеет

смысла – при сложении с другим трехзначным числом, которое больше, получится четырехзначное число. Проверяем:

$$123 + 321 = 444, 234 + 432 = 666, 345 + 543 = 888, 456 + 654 = 1110$$

Наибольшее из этих трехзначных чисел – число 888.

Ответ. 888.

4. Оля тренируется в решении тестовых задач. Чтобы решалось успешнее, она организовала себе бонусы: положила в вазочку 20 конфет из коробки, которая стоит в кладовке, и придумала себе правило. Перед решением каждой задачи Оля берет из вазочки конфету и съедает ее. Если задача решена верно (ответ теста сошелся), то Оля добавляет из коробки в вазочку еще одну конфету. Если задача решена неверно, то Оля убирает обратно одну конфету из вазочки в коробку. Оля решала задачи до тех пор, пока вазочка не опустела. За все время она съела 45 конфет. Сколько задач Оля решила верно?

Решение. Каждый раз, когда Оля решает задачу верно, количество конфет не меняется (одну съели, одну добавили), а когда задача решена неверно, количество конфет в вазочке уменьшается на 2 (одну съели, одну убрали обратно). В условии задачи сказано, что число конфет в вазочке изменилось от 20 до 0. Это значит, что Оля не решила задачу $20 : 2 = 10$ раз. Получается, Оля верно решила задачу $45 - 10 = 35$ раз.

Ответ. Верно решено 35 задач.

5. У Красной Шапочки есть три кучки яблок, в первой 5, во второй 9, в третьей 13 штук. Она хочет испечь пирог для бабушки. Известно, что в одной из кучек оказалось червивое яблоко. Все яблоки не отличаются по виду, хорошие яблоки весят одинаково, а червивое отличается от них по весу, неизвестно, в какую сторону. У Красной Шапочки есть чашечные весы без гирь. Как ей за одно взвешивание найти кучку, в которой все яблоки хорошие, чтобы испечь пирог?

Решение. Необходимо положить на одну чашу весов все яблоки из первой кучки, а на вторую чашу – 5 яблок из второй или третьей кучки. Если весы при взвешивании окажутся в равновесии, то в первой кучке все яблоки хорошие. Если одна чаша перевешивает, то кучка, которая не участвует во взвешивании, содержит только хорошие яблоки.

Существуют и другие решения.

6. Крош, Нюша, Бараш, Ёжик и Совунья строили замки из песка. Высота замков Ёжика и Совунии в сумме равна 102 см, Кроша и Ёжика – 105 см, Кроша и Нюши – 95 см, Нюши и Бараша – 98 см, Бараша и Совунии – 100 см. У кого получился самый высокий замок, и какой он высоты?

Решение. Сложим все данные о замках, получим удвоенную сумму всех высот замков: $102 + 105 + 95 + 98 + 100 = 500$.

Тогда высоты всех замков в сумме дают $500 : 2 = 250$ см. Высота замков Ёжика, Совунии, Кроша и Нюши в сумме дают $102 + 95 = 197$ см. Высота замка Бараша равна $250 - 197 = 53$ см. Аналогично находятся высоты остальных замков: Кроша – 50 см, Нюши – 45 см, Ёжика – 55 см, Совунии – 47 см.

Ответ. Самый высокий замок у Ёжика, его высота 55 см.